MATEMÁTICA – 1º ANO
PROF. HENRIQUE

PROBLEMAS COM CONJUNTOS

RESOLUÇÃO – LISTA 02

QUESTÃO 10. 52 PESSOAS DISCUTEM A PREFERÊNCIA POR DOIS PRODUTOS A E B, ENTRE OUTROS E CONCLUI-SE QUE O NÚMERO DE PESSOAS QUE GOSTAVAM DE B ERA:

I - O QUÁDRUPLO DO NÚMERO DE PESSOAS QUE GOSTAVAM DE A E B;

II - O DOBRO DO NÚMERO DE PESSOAS QUE GOSTAVAM DE A;

III - A METADE DO NÚMERO DE PESSOAS QUE NÃO GOSTAVAM DE A NEM DE B.

NESTAS CONDIÇÕES, O NÚMERO DE PESSOAS QUE NÃO GOSTAVAM DOS DOIS PRODUTOS É IGUAL A:

A)48

B)35

C)36

D)47

E)37

QUESTÃO 10. CONTINUAÇÃO

Considere a figura abaixo, onde estão representados os conjuntos A e B, e a quantidade de elementos x, y, z e w.

Pelo enunciado do problema, poderemos escrever:

$x+y+z+w = 52$
$y+z = 4y$
$y+z = 2(x+y) = 2x + 2y$
$y+z = w/2$

Desenvolvendo e simplificando, vem:

$x + y + z + w = 52$ (eq.1)

$z = 4y - y \rightarrow$ $\mathbf{z = 3y}$ (eq. 2)

$z = 2x + 2y - y \rightarrow z = 2x + y$ (eq. 3)

$w = 2y + 2z$ (eq. 4)

Substituindo o valor de z da eq. 2 na eq. 3, vem: $x = y$

$Z = 3y$ e $z = 2x + y \rightarrow 3y = 2x + y \rightarrow 3y - y = 2x \rightarrow 2y = 2x \rightarrow y = x \rightarrow$ $\mathbf{x = y}$

QUESTÃO 10. CONTINUAÇÃO

Substituindo o valor de **z** da eq 2, no valor de z na eq 4, teremos: w = 2y + 2(3y) = 2y + 6y = 8y → **w = 8y**

Expressando a eq. 1 em função de y, vem:

x + y + z + w = 52 → y + y + 3y + 8y = 52 → 13y = 52 → y = 4.

Temos então por simples substituição:

z = 3y = 3 . 4 = **12**

x = **y** = **4**

w = 8y = 8 . 4 = **32**

<u>A partir daí, é que vem a sutileza do problema</u>. Vejamos:

O problema pede para determinar o número de pessoas que não gostam dos produtos A e B. O conectivo <u>**e**</u> indica que devemos excluir os elementos da interseção **A ∩ B**. Portanto, a resposta procurada será igual a:

w + x + z = 32 + 4 + 12 = **48 pessoas**.

Resp: 48 pessoas (LETRA A)

QUESTÃO 11. DADAS AS PROPOSIÇÕES:

I) **A = { x ∈ N / x + 2 = 0** }   **II) B = { x ∈ R / x^2 – 5x + 6 = 0 }**

São verdadeiras:

a) n (A) = 1
b) n (subconjuntos de B) = 2
c) n (A) = n (B)
d) A é classificado como vazio e B como Unitário
e) A = ∅ e B = { 2 , 3 }

RESOLUÇÃO:
1º PASSO: Devemos encontrar os elementos do **conjunto A**:
Resolvendo a equação do 1º grau: x + 2 = 0 → x = - 2 e -2 ∉ N → A = { }

2º PASSO: Devemos encontrar os elementos do **conjunto B**:
Resolvendo a equação do 2º grau: x^2 – 5x + 6 = 0 → x' = 3 ou x " = 2 → B = { 2 , 3 }
Identificando os coeficientes, teremos:
a = 1
b = - 5
c = 6

QUESTÃO 11. DADAS AS PROPOSIÇÕES:

Calculando $\Delta = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4.(1).(6) = 25 - 24 = 1$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = x\begin{cases} \frac{5+1}{2} \\ \frac{5-1}{3} \end{cases} \rightarrow x' = 3 \; ou \; x'' = 2$$

LOGO:

a) FALSA, POIS n(A) = 0 , DEVIDO AO CONJUNTO A SER VAZIO

b) FALSA, POIS n(sub B) $= 2^n = 2^2 = 4$

c) FALSA, POIS n (A) = 0 e n(B) = 2

d) FALSA, POIS A é vazio, mas B é finito com 2 elementos

e) VERDADEIRA, POIS A = { } e B = { 2 , 3 }

QUESTÃO 12. SENDO P = {{A} , {B} , {A,B} } , PODE-SE AFIRMAR QUE:

a) {a} ⊂ P

b) {a} ∈ P

c) a ∈ P

d) {a} ∩ {b} ∈ P

e) {a} ∪ {b} ⊂ P

RESOLUÇÃO:

a) P(A) = **{** { { **a** } } ; { { **b** } } ; { { **a , b** } } ; { { **a** } , { **b** } } ; { { **a** } , { **a , b** } } ; { { **b** } , { **a , b** } } ; ∅ ; { { **a** } , { **b** } , { **a , b** } **}** **- FALSA**

b) { a } é elemento do conjunto P , logo a alternativa é VERDADEIRA

c) **a** não é elemento de P pois ele não está entre chaves , alternativa **FALSA**

d) {a} ∩ {b} = ∅ **,** logo o conjunto vazio é **subconjunto** de P , alternativa **FALSA**

e) {a} ∪ {b} = { a , b }, que não é subconjunto de P , alternativa **FALSA**

QUESTÃO 13. SE F É UM CONJUNTO COM N+1 ELEMENTOS, ENTÃO O NÚMERO DE ELEMENTOS DE P(F) É:

a) $2^{(n+1)}$

b) n+1

c) 2^n

d) 4^n

e) $2.^{2n}$

RESOLUÇÃO:

n(sub F) = $2^n = 2^{n+1}$ - **LETRA A**

QUESTÃO 14. SENDO M(0) O CONJUNTO DOS MÚLTIPLOS DE ZERO E D(0) O CONJUNTO DOS DIVISORES DE ZERO, M(0) E D(0) SÃO , RESPECTIVAMENTE CONJUNTOS:

a) unitário e infinito

b) unitário e vazio

c) vazio e unitário

d) vazio e infinito

e) infinito e vazio

RESOLUÇÃO:

M (0) = { 0 } **- UNITÁRIO**

D (0) = { } **- VAZIO**

LETRA B

QUESTÃO 15. SENDO A = {0,1} E B = {2,3} ,
O NÚMERO DE ELEMENTOS DE P(A) ∩ P(B) É:

a) 0

b) 1

c) 2

d) 4

e) 8

RESOLUÇÃO:

P (A) = { { 0 } ; { 1 } ; ∅ **;** { 0 , 1 } }

P (B) = { { 2 } ; { 3 } ; ∅ **;** { 2 , 3 } }

P(A) ∩ P(B) = { ∅ **}**

n [**P(A)** ∩ **P(B)] = 1 - LETRA B**

QUESTÃO 16. SEJAM A = (-1 , 2] E B = [0 , 1) INTERVALOS DE NÚMEROS INTEIROS. ENTÃO A ∩ B É:

a) {1}

b) (-1 , 0]

c) A

d) {0,1,2}

e) [0,2]

RESOLUÇÃO:

$A \in \mathbb{Z}$, então A = { 0, 1 , 2 }

$B \in \mathbb{Z}$, então B = { 0 }

$A \cap B$ = { 0 } = (- 1 , 0] - **LETRA B**

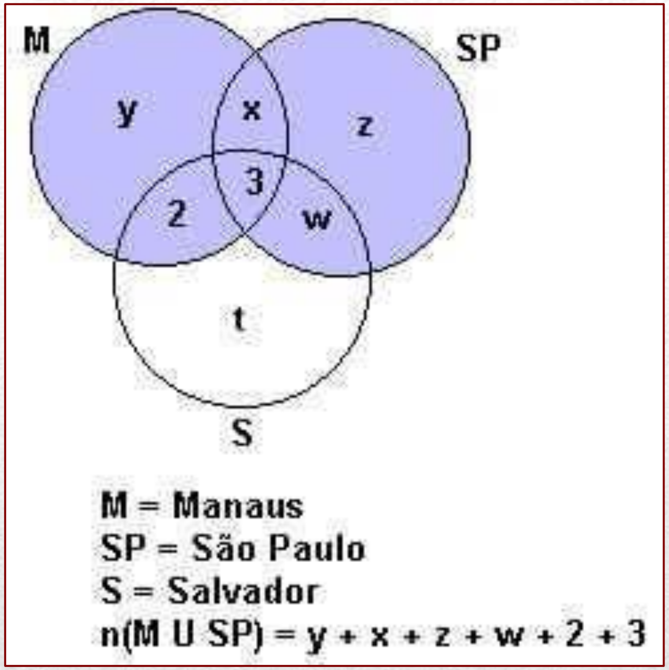
QUESTÃO 17. 35 ESTUDANTES ESTRANGEIROS VIERAM AO BRASIL. 16 VISITARAM MANAUS; 16, S. PAULO E 11, SALVADOR. DESSES ESTUDANTES, 5 VISITARAM MANAUS E SALVADOR E , DESSES 5, 3 VISITARAM TAMBÉM SÃO PAULO. O NÚMERO DE ESTUDANTES QUE VISITARAM MANAUS OU SÃO PAULO FOI:

a) 29
b) 24
c) 11
d) 8
e) 5

RESOLUÇÃO:
Esta questão está relacionada com conjuntos. Com as informações fornecidas, podemos formar os seguintes grupos:
S: 11 visitaram Salvador
SP: 16 visitaram São Paulo
M: 16 visitaram Manaus
M e S: 3 visitaram Manaus e Salvador
Me Se SP: 2 visitaram Manaus, Salvador e São Paulo
Primeiramente, vamos somar todas as possibilidades que envolvem Manaus (somente de Manaus, Manaus e
São Paulo, Manaus e Salvador e as três cidades) e igualar a 16, número de visitantes de Manaus:

QUESTÃO 17. CONTINUAÇÃO

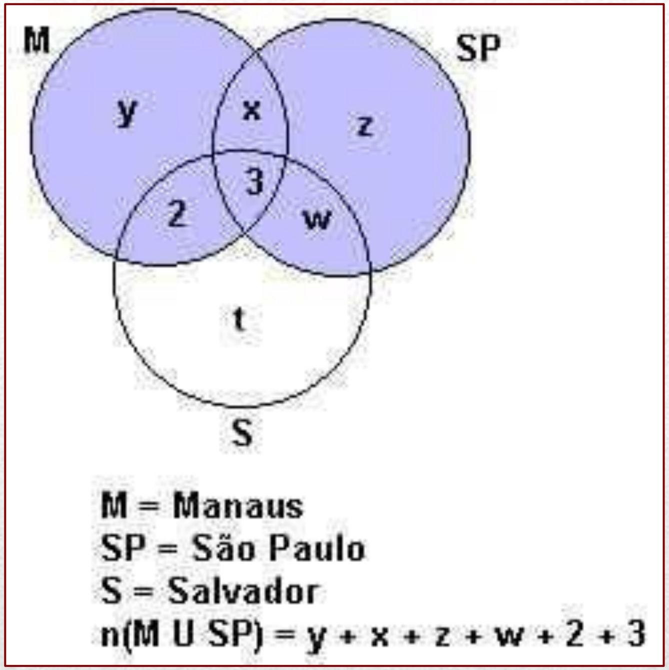
Observe o diagrama de VENN ao lado:



Podemos escrever:
$x + y + 5 = 16$; logo, $x + y = 11$. **Eq. 1**
$x + w + z + 3 = 16$; logo, $x + w + z = 13$. **Eq. 2**
$t + w + 5 = 11$; logo, $t + w = 6$ **Eq. 3**
$x + y + z + w + t + 2 + 3 = 35$; logo, $x + y + z + w + t = 30$. **Eq.4**
Substituindo as **Eq. 1 e 3**, na **Eq.4**, vem:
$11 + z + 6 = 30$; logo, $z = 13$. **Eq. 5**
Substituindo o valor de z na **Eq. 2**, vem:
$x + w + 13 = 13$; logo, $x + w = 0$, de onde se conclui que $x = 0$ e $w = 0$, já que x e w são inteiros positivos ou nulos.
Substituindo o valor de x encontrado acima na Eq. 1, vem: $0 + y = 11$; logo, $y = 11$.

QUESTÃO 17. CONTINUAÇÃO

Observe o diagrama de VENN ao lado:



Observando que o número de elementos de M **U** SP é igual a
x + y + z + w + 2 + 3,
vem imediatamente, substituindo os valores:
n(M **U** SP) = 0 + 11 + 13 + 0 + 2 + 3 = 29
Observe que n(M **U** SP) representa o conjunto dos estudantes que visitaram Manaus **OU** São Paulo, conforme foi solicitado no problema.

PORTANTO, A ALTERNATIVA CORRETA É A LETRA A.

QUESTÃO 18. TRÊS NÚMEROS ÍMPARES E CONSECUTIVOS, CUJO PRODUTO É IGUAL A 7 VEZES A SUA SOMA, SE SOMADOS, RESULTA:

a)12
b)13
c)14
d)15
e)16

RESOLUÇÃO:

SEQUÊNCIA DE UM NÚMERO ÍMPAR: $(x - 2, x, x + 2, ...)$
$(x - 2, x, x + 2) \rightarrow x(x^2 - 4) = 7.3x$
$x^3 - 4x = 21x \rightarrow x^3 - 25x = 0 \rightarrow x . (x^2 - 25) = 0$
Teremos três soluções:
1ª --> da igualdade $x . (x^2 - 25) = 0 \rightarrow x = 0$ (não é par)
2ª e 3ª --> da igualdade $(x^2 - 25) = 0 \rightarrow x' = 5$ e $x'' = -5$ (é negativo)
Logo a única solução que serve é $x' = 5$ --> substituindo 5 no lugar de x na sequência teremos:
$(5 - 2 ; 5 ; 5 + 2) = (3, 5, 7) = 3 + 5 + 7 = 15$ --> **LETRA D**

QUESTÃO 19. PARA SE AVALIAR UMA PROVA COM 15 QUESTÕES, ESTABELECEU-SE QUE, PARA CADA QUESTÃO CERTA, GANHA- SE 4 PONTOS E QUE, PARA CADA QUESTÃO ERRADA, PERDE-SE 3 PONTOS. CONSIDERANDO-SE OS ERROS COMETIDOS, UM ALUNO QUE, NESTA PROVA, OBTEVE 11 PONTOS, ACERTOU:

a)7

b)8

c)9

d)11

e)12

RESOLUÇÃO:

Acertos$\Rightarrow$ x

erros$\Rightarrow$ y

$x + y = 15$

$4x - 3y = 11$

QUESTÃO 19. CONTINUAÇÃO

sistema pela substituição, teremos:

isola $x=15-y$

substituir em

$4x-3y=11$

$4(15-y)-3y=11$

$60-4y-3y=11$

$-7y=11-60$

$-7y=-49$

$7y=49$

$y=49\div 7$

$y=7$

como $x=15-y$

$x=15-7$

$x=8$

R: Ele acertou 8 e errou 7 - LETRA B

QUESTÃO 20. UM TESTE DE LITERATURA, COM 5 ALTERNATIVAS EM QUE UMA ÚNICA É VERDADEIRA, R EFERINDO-SE À DATA DE NASCIMENTO DE UM FAMOSO ESCRITOR, APRESENTA AS SEGUINTES ALTERNATIVAS:

a) século XIX

b) século XX

c) antes de 1860

d) depois de 1830

e) N.R.A.

Pode-se garantir que a resposta correta é:

a)A

b)B

c)C

d)D

e)E

QUESTÃO 20. CONTINUAÇÃO

Veja os seguintes comentários:

As alternativas (A) e (B): não há elementos para se concluir por uma delas, inicialmente.

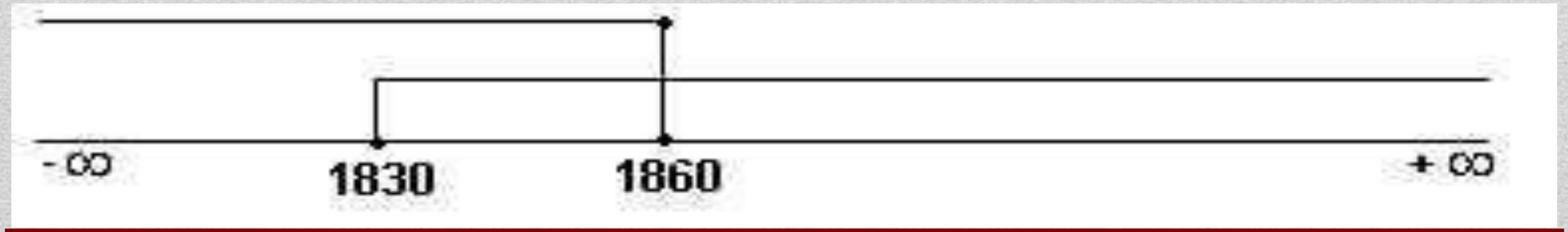
A alternativa (E) não pode ser verdadeira, pois implicaria - pelo enunciado - que o escritor nem teria nascido!

Para visualizar isto, veja a figura abaixo.

A alternativa (D) não pode ser verdadeira, pois implicaria concluir-se pelos séculos XIX ou XX e, pelo enunciado, só existe uma alternativa verdadeira.

POR EXCLUSÃO, a alternativa verdadeira só pode ser a C.

Veja o esquema abaixo, para ajudar no seu entendimento dos argumentos acima.



OBRIGADO!

ATÉ A PRÓXIMA AULA